

EJERCICIOS DE TRIGONOMETRICA

- 1.- Comprueba la siguiente identidad : $\sin(45 + x) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x + \sin x)$
- 2.- Demuestra la siguiente identidad : $\cos(60 + x) = (\cos x - \sqrt{3} \sin x) / 2$
- 3.- Desarrollar : $\sin(x + y + z)$
: $\cos(x + y + z)$
- 4.- Si $\sin x = 12/13$ y $\sin y = 4/5$ calcular :

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\sin(x + y)$ | c) $\cos(x + y)$ |
| b) $\sin(x - y)$ | d) $\cos(x - y)$ |

- 5.- Verificar las siguientes igualdades :
 - a) $\text{Tg}(45 + A) = 1 + \text{tg} A / 1 - \text{tg} A$
 - b) $\text{cotg}(45 + A) = \text{cotg} A - 1 / \text{cotg} A + 1$
 - c) $\text{cotg}(a + b) = \text{cotg} a \text{cotg} b - 1 / \text{cotg} a + \text{cotg} b$

- 6.- A partir de las razones trigonométricas de 30 , 45 y 60 calcular :
 $\text{tg} 15$, $\text{cot} 15$, $\text{tg} 75$, $\text{tg} 105$, $\text{tg} 165$, $\text{cot} 150$

- 7.- Calcular las razones trigonométricas de 225 30 sin utilizar calculadora
- 8.- Halla $\sin 2x$, $\cos 2x$ y $\text{tg} 2x$ en cada uno de los siguientes casos:

$\sin x = 1/2$, $\cos x = 3/5$, $\sin x = 5/13$, $\cos x = 12/13$

- 9.- Expresa en producto las siguientes expresiones:

$\sin 40 + \sin 20$	$\cos 30 + \cos 42$
$\sin 40 - \sin 20$	$\sin 44 + \sin 32$
$\cos 60 + \cos 40$	$\sin 42 + \cos 38$
$\cos 60 - \cos 40$	$\cos 48 + \sin 58$

- 10.- Expresar en suma de funciones los productos siguientes:

$\sin 3x \cdot \sin x$	$\cos 6x \cdot \cos 2x$
$\sin 5x \cdot \cos 2x$	$\cos 8x \cdot \sin 3x$
$\cos 4x \cdot \sin x$	$\sin 4x \cdot \sin 3x$

- 11.- Simplificar: $\sin(a + b) \cdot \sin(a - b) / \cos a + \cos b$

- 12.- Simplificar : $\sin 2a / 1 + \cos 2a$

- 13.- Transforma en producto las siguientes expresiones:

$\cos 46 + \cos 44$	$\sin 48 - \sin 12$
$\cos 36 - \cos 14$	$\sin 26 + \cos 64$
$\sin 52 - \cos 8$	

- 14.- Transforma en suma las siguientes expresiones:

$\sin 22 \cdot \sin 28$	$\sin 3a \cdot \sin 5a$
$\sin 34 \cdot \cos 26$	$\cos 4a \cdot \sin 2a$
$\cos 54 \cdot \cos 36$	$\cos 6a \cdot \cos 2a$

EJERCICIOS DE TRIGONOMETRIA

- 1.- Sabiendo que el $\cos 36 = 0,8090$, halla las razones trig. de los ángulos 9 y 6
- 2.- Si $\operatorname{tg} a = 3/4$, halla :
 $\operatorname{Tg} (a + 30)$ y $\operatorname{tg} (45 - a)$
- 3.- Expresa $\operatorname{sen} 3a$ en función de $\operatorname{sen} a$
- 4.- Sabiendo que $\operatorname{sen} 10 = 0,173$, calcula las razones trig. de 20
- 5.- Si $\cos a = 0,2$, calcula las razones trig. del ángulo $(90 - 2a)$
- 6.- Si $\operatorname{sen} 20 = 0,34$ calcula $\operatorname{sen} 65 - \cos 65$
- 7.- Será siempre cierta la igualdad: $\operatorname{tga} - \operatorname{tgb} = \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b$ (cotg b - cotga?)
- 8.- Demostrar que para todo ángulo a se verifica :
 $\operatorname{tg} (45 + a) - \operatorname{tg} (45 - a) = 2 \operatorname{tg} 2a$
- 9.- Si $\operatorname{sen} 12 = 0,2$ y $\operatorname{sen} 45 = 0,8$, calcula $\operatorname{sen} 66$, $\cos 66$ y $\operatorname{tg} 66$ Edel
- 10.- Sabiendo que $\cos 25 = 0,9$ y $\cos 45 = 0,7$, Halla $\operatorname{sen} 70$, $\cos 70$ y $\operatorname{tg} 70$
- 11.- Si $\operatorname{sen} 65 = 0,9$ y $\operatorname{sen} 25 = 0,4$, calcula $\cos 40$, $\operatorname{sen} 40$ y $\operatorname{tg} 40$
- 12.- Calcula $\operatorname{sen} 80$ y $\cos 80$ si $\operatorname{sen} 50 = 0,76$
- 13.- Determinar las razones trigonométricas de 2a en los siguientes casos:
 $\operatorname{sen} a = 1/4$ $\cos a = 0,7$ $\operatorname{tg} a = 1/2$ $\operatorname{sec} a = 5/4$
- 14.- Si el $\cos a = 1/6$ halla las razones del ángulo $a/2$
- 15.- Calcula en función de 225, el seno coseno y tangente de $112530'$
- 16.- Halla en función del $\cos 300$, el $\operatorname{sen} \cos$ y tg de 1509
- 17.- Dada la $\operatorname{tg} x = 2$, determina el $\cos 2x$, $\operatorname{sen} 2x$ y $\operatorname{tg} 2x$
- 18.- Calcula en función de la tg de 60, $\cos 120$, $\operatorname{sen} 120$ y $\operatorname{tg} 120$
- 19.- Halla el valor de las siguientes expresiones, transformándolas previamente en productos.

$$\begin{array}{ll} \operatorname{sen} 750 + \operatorname{sen} 45 & \cos 450 - \cos 300 \\ \operatorname{sen} 450 - \operatorname{sen} 300 & \cos 750 + \cos 450 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \operatorname{sen} 750 + \operatorname{sen} 450 & \operatorname{sen} 600 + \operatorname{sen} 300 \\ \operatorname{sen} 750 - \operatorname{sen} 450 & \operatorname{sen} 600 - \operatorname{sen} 300 \end{array}$$

- 20.- si $\operatorname{sen} x = 3/5$, halla el valor de $\operatorname{tg} 2x$
21. Calcula las siguientes razones trigonométricas:

$$\begin{array}{l} \operatorname{sen} 3x, \text{ si } \operatorname{sen} x = 0,3 \\ \cos 3x, \text{ si } \cos x = 2/3 \\ \operatorname{tg} 3x, \text{ si } \operatorname{tg} x = 2 \end{array}$$

CUESTIONES PARA ACLARARSE

- 22.- Si $\operatorname{sen} a = 1,25$ ¿ Cuánto vale el $\cos 2a$? NO REALICES NINGUN CALCULO
PIENSA
- 23.- ¿Sabrás resolver mentalmente la ecuación $\operatorname{Sen} x = \operatorname{sen} 30$? ¿
¿ Y $\cos x = \operatorname{sen} 30$?
- 24.- Podrías hallar mentalmente las raíces de la ecuación de segundo grado:
 $x^2 - (\operatorname{sen} a + \cos a) x + \operatorname{sen} a \cdot \cos a = 0$
- 25.- Sin realizar ningún cálculo, halla las raíces de la ecuación :
 $x^2 - (\operatorname{tg} 2a + \operatorname{cotg} 2a) x + 1 = 0$
- 26.- ¿Es posible resolver la ecuación trigonométrica : $\cos x = 3/2$?
¿Y la ecuación $\operatorname{sen} x = 3/2$? ¿Y la ecuación $\operatorname{tg} x = 3/2$?

DEMUESTRA LAS SIGUIENTES IDENTIDADES

- 1.- $\frac{\cos^4 a - \sin^4 a}{4} = \frac{2 \cos^2 a - 1}{2}$
- 2.- $\frac{\sin^4 a - \cos^4 a}{2} = \frac{\sin^2 a - \cos^2 a}{2}$
- 3.- $\frac{\sin^2 a - \cos^2 b}{2} = \frac{\sin^2 b - \cos^2 a}{2}$
- 4.- $(\cos a + \sin a)^2 = \sin 2a + 1$
- 5.- $(\sin x - \cos x)^2 + (\sin x + \cos x)^2 = 2$
- 6.- $(\operatorname{cosec} x + \cotg x)(\operatorname{cosec} x - \cotg x) = 1$
- 7.- $(\operatorname{Tg} x + \cot x) \sin x \cos x = 1$
- 8.- $\operatorname{Tg} x + \operatorname{tg} y = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y (\cotg x + \cotg y)$
- 9.- $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{(\operatorname{tg} a \cotg b + 1)}{(\operatorname{tg} a \cotg b - 1)}$
- 10.- $\frac{(\operatorname{Tg} a + \operatorname{Tg} b)}{(\cotg a + \cotg b)} = \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b$
- 11.- $\operatorname{tg}(45^\circ + a) - \operatorname{tg}(45^\circ - a) = 2 \operatorname{tg} 2a$
- 12.- $\operatorname{tg} a/2 = \frac{\sin a}{1 + \cos a}$ br
- 13.- $2 \cotg a = \cotg a/2 - \operatorname{tg} a/2$ br
- 14.- $\frac{(\cotg a + \operatorname{tg} a)}{2} / \frac{(\cotg a - \operatorname{tg} a)}{2} = \sec^2 a$
- 15.- $\frac{\sin a \cdot \cos a}{(\cos^2 a - \sin^2 a)} = \operatorname{tg} a / (1 - \operatorname{tg}^2 a)$
- 16.- $1 + \operatorname{tg} a = \frac{\sin(45^\circ + a)}{\cos 45^\circ \cdot \cos a}$

SIMPLIFICA

- 1.- $\frac{(\sec^2 a - \cos^2 a)}{2} / \operatorname{Tg} a$
- 2.- $\frac{\operatorname{cosec} a}{2} / (1 + \cotg a)$
- 3.- $\frac{(\operatorname{cosec} a - \sin a)}{2} / \operatorname{cosec} a(2 - \cos a)$
- 4.- $\frac{(\sin a + \sin 3a)}{2} / (\cos a - \cos 3a)$
- 5.- $\sin 2a / (1 - \cos a) \cdot \sin 2a / \cos a$
- 6.- $(\sin 3a - \sin 5a) / (\cos 3a + \cos 5a)$

ECUACIONES TRIGONOMETRICAS

	SOLUCIONES
1. $\text{Sen } x = 1/2$	30+360k y 150 +360k
2. $\text{Cos } x = 1/2$	60+360k y 300+360k
3. $\text{tg } x = -1$	135 +360k y 315 +360k
4. $\text{Sen } x - \text{Cos } x = 1$	90 +360k y 270 +360k
5. $4\text{Sen}x + 4\text{Cos } x - 1 = 0$	210 +360k y 330 +360k
6. $\text{Sen}x - \text{Cos } x = 1$	90 +360k
7. $\text{Cos}2x = 5-6\text{Cos } x$	{ 300+360k y 150+360k 210 +360k y 330 +360k 70+32 +360k y 289+28+360k 30 +360k y 150 +360k 180k
8. $3\text{Cos } x = 2 \text{Sec}x - 5$	
9. $\text{Cos } x/\text{tg}x = 3/2$	
10. $\text{Sen}x + \text{tg}x = 0$	
11. $\text{Cos}2x + \text{Sen}x = 4\text{Sen } x$	{ 30 +360k y 150 +360k otras dos no exactas 135 +360k y 315 +360k otras dos no exactas
12. $2\text{tg}x - 3\text{ctg}x - 1 = 0$	90 +180k, 30 +180k y 60 +180k
13. $4\text{tg}x = \sqrt{3} / \text{Cos } x$	78 +72k y 102 +72k
14. $\text{Sen}(5x-180) = -1/2$	{ 90 +360k y 270 +360k { 150 +360k}/7 y { 210 +360k}/7 20 +120k y 80 +120k
15. $2\text{Cos}7x \text{Cos}x = -\sqrt{3} \text{Cos}x$	
16. $\text{Tg}3x = \text{tg}60$	
17. $\text{Cos}x = 2\text{tg}x/1+\text{tg } x$	{ 90 +360k y 270 +360k 30 +360k y 150 +360k 60 +360k y 300 +360k
18. $4\text{Sen}x/2 + 2\text{Cos}x = 3$	
19. $\text{Sen}2x \cdot \text{Cos}x = 6\text{Sen } x$	{ 360k y 180 +360k; 30+360k y 150+ 210 +360k y 330 +360k
20. $2\text{tg}x / 1-\text{tg } x = -\text{tg}x$	{ 180k; 60 +360k y 240 +360k 120 +360k y 300 +360k 45 +360k y 225 +360k
21. $\text{Tg}x + 4\text{ctg}x = 5$	
22. $\text{Cos } x - \text{Sen } x - \text{Cos}x + 1 = 0$	{ 90 +360k y 270 +360k 60 +360k y 300 +360k
23. $\text{Cos}2x - \text{Cos}6x = \text{Sen}5x + \text{Sen}3x$	{ 90k y 45 +90k; 30 y 150 + 360k 90 +360k y 270 +360k
24. $\text{Cos}8x + \text{Cos}6x = 2\text{Cos}210 \cdot \text{Cos}x$	{ 90 +360k y 270 +360k 25 +360k/7 y 30 +360k/7 180k y 45 +180k
25. $2\text{Sen } x \cdot \text{Cos}x - \text{Sen}x = 0$	
26. $\text{Tg}(x-45) + \text{Tg}(x+45) = 2 \text{Ctg}x$	{ 30 +360k y 210 +360k 150 +360k y 33 +360k
27. $\text{Sen}(5x-60) = \sqrt{3} / 2$	24 +72k y 36 +72k
28. $\text{Sen}2x = \text{Cos}60$	15 +180k y 75 +180k

SISTEMAS ECUACIONES TRIGONOMETRICAS

SOLUCIONES 1er CUADRANTE

$$1. \begin{cases} \text{Sen } x + \text{Cos } y = 3/4 \\ \text{Cos } x - \text{Sen } y = 1/4 \end{cases}$$

x = 30º y = 45º

$$2. \begin{cases} \text{Cos } (x+y) = 1/2 \\ \text{Sen } (x-y) = 1/2 \end{cases}$$

x = 45º y = 15º

$$3. \begin{cases} \text{Sen } x + \text{Sen } y = 3/2 \\ \text{Cos } 1/2(x-y) = \sqrt{3}/2 \end{cases}$$

x = 90º y = 30º

$$4. \begin{cases} \text{Sen } x \cdot \text{Sen } y = 1/4 \\ \text{Cos } x \cdot \text{Cos } y = 3/4 \end{cases}$$

x = 30º y = 30º

$$5. \begin{cases} \text{Sen } x + \text{Cos } y = \sqrt{2} \\ x - y = 90^\circ \end{cases}$$

x = y = 45º

$$6. \begin{cases} \text{Sen } x + \text{Cos } y = 1/2 \\ \text{Cosec } x + \text{Sec } y = -1 \end{cases}$$

No solución 1er cuadrante

$$7. \begin{cases} \text{Cosec } x \cdot \text{Cosec } y = 4 \\ \text{Cosec } x \cdot \text{Sec } y = 2 \end{cases}$$

x = 33º 55 y = 26,5º

$$8. \begin{cases} \text{Sen } x + \text{Cos } y = \sqrt{2} \\ \text{Cosec } x + \text{Sec } y = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \text{Sen } x \cdot \text{Cos } y = 3/4 \\ \text{Cos } x \cdot \text{Sen } y = 1/4 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} \text{Sen } x + \text{Sen } y = 1 \\ 2x + 2y = 180^\circ \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} \text{Sen } x + \text{Sen } y = (\sqrt{3} + 1)/2 \\ \text{Sen } x - \text{Sen } y = (\sqrt{3} - 1)/2 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} \text{tg } x + \text{tg } y = 1 \\ \text{Cotg } (x+y) = 3/4 \end{cases}$$

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRIA

1.- En un triángulo ABC se conoce el lado a = 10 m, el ángulo ABC que vale 105° y el ángulo ACB que vale 30°. Halla los lados y el área del triángulo.

Sol: Lado = $5\sqrt{2}$, lado AC = $5 + 5\sqrt{3}$, Area = 34,15 H

2.- Resolver los siguientes triángulos:

- a) Datos : a = 1.792 m , b = 4.231 m , c = 3.164

b) " : a = 12 m , b = 8 m , A = 150°

- c) " : a = 72 m , b = 57 m , C = 75° 47'

- d) " : c = 3,78 m A = 105° , B = 38° 47'

e) " : a = 4 m , b = 3 m , c = 6 m

- f) " : a = 8 m , B = 30° , C = 105°

g) " : A = 60° , B = 75° , c = $\sqrt{2}$ m

h) " : a = 40 cm , b = 60 cm , A = 42°

i) " : a = 60 cm , b = 40 cm , A = 42°

3.) En un triángulo ABC , los lados miden 24 m , 28 m y 36 m . Halla la tangente del mayor de los ángulos.

Sol 20,98

4.) Halla el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo cuyos lados miden 13 m , 14 m y 15 m

Sol = 8,125 m

5.) Halla el área de un triángulo ABC sabiendo que a = 1 m , B = 30° y C = 45°

2

Sol = 0,1830 m

6.) Calcula el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC sabiendo que a = 3m y A = 60°

Sol = $\sqrt{3}$ m

7.) Los lados de un triángulo miden , respectivamente , 13 m , 14 m y 15 m . Calcula el seno y el coseno del ángulo menor y la superficie del triángulo.

2

Sol. Cos A = 0,6 ; sen A = 0,8 ; área = 84 m

8.- Dos individuos A y B observan un globo que está situado en un plano vertical que pasa por ellos . La distancia entre los individuos es de 4 Km. Los ángulos de elevación del globo desde los observadores son de 46° y 52°, respectivamente. Halla la altura del globo y la distancia a cada observador .

Sol: h = 21,69km ; BC = 27,52 km y AC = 30,15 km

9.- Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y llanas. La distancia AB es de 6km, la distancia BC es de 9km y el ángulo que forman AB y BC es de 120°. ¿Cuánto dista A y C

Sol 13,07km

10.- Sea AB una altura de pie accesible , situado en terreno horizontal. Desde el punto E, situado a 23,41m de A, con aparato colocado en C a un metro del suelo , se dirige una visual a B , que forma un ángulo de 49°12' con la horizontal ¿cuanto mide la altura AB ?

Sol 2,72m

11.- Se desea saber la altura de un árbol situado en la orilla opuesta de un río. La visual del extremo superior del árbol desde un cierto punto forma un ángulo de elevación de 17°. Aproximadamente 25,9 m hacia la orilla del en la dirección del árbol, el ángulo es de 31°. Calcula la altura del árbol.

Sol 16,05 m

12.- Una escalera de bomberos de 10 m de longitud, se ha fijado en un punto de la calzada. Si se apoya sobre una de las fachadas forma un ángulo con el suelo de 45° y si se apoya en la otra fachada forma un ángulo de 30°. Halla la anchura de la calle. ¿A qué altura se alcanza con dicha escalera sobre cada una de las fachadas ?

Sol: Anch. de la calle 15,73 m , Una altura $5\sqrt{2}$ m , la otra altura 5 m

PROBLEMAS DE RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

1) Para construir un túnel desde A hasta B se localiza una roca C visible desde ambos puntos. Se miden entonces las distancias $AC=245$ m y $BC=658$ m y el ángulo $\widehat{ACB}=57^\circ$. ¿Cuál será la longitud del túnel?

Solución: 563,3m

2) Un avión vuela entre dos ciudades A y B que distan 80 km. Las visuales desde el avión a A y a B forman ángulos de 29° y 43° con la horizontal, respectivamente. ¿ A qué altura está el avión? ¿ A qué distancia se encuentra de cada ciudad?

Solución: 27 Km; 57'3 Km y 40'82 Km

3) Pepe quiere conocer a qué distancia se encuentra un castillo que está en la orilla opuesta de un río. Mide 100m desde un punto B hasta A, y mide los ángulos $\widehat{CBA}=140^\circ$ y $\widehat{BAC}=25^\circ$. ¿ A qué distancia de B está el castillo? y de A?

Solución: A 248,35 m de A

A 163,28 m de B

4) Dos caminantes andan a razón de 5 Km/h y parten al mismo tiempo de un cruce de dos caminos rectos que forman entre sí un ángulo de 30° . Los dos van en el mismo sentido. ¿ A qué distancia mutua se encuentran después de haber caminado dos horas?

Solución: 5,17 Km

5) Pedro quiere subir hasta el borde de una tapia, para ello ha cogido una escalera, pero no le sirve pues tiene la misma altura que la tapia. Como es muy ingenioso ha cogido un cajón de 20 cm de alto y lo ha colocado a 1m de distancia del pie de la tapia. Si al poner sobre el cajón la escalera ésta llega al borde de la tapia, ¿ qué altura tiene la tapia ?.

Solución: 2,6 m

6) Para calcular la anchura AB de un río se elige un punto C, que está en la misma orilla que A, y se toman las siguientes medidas: $AC = 67$ m, $\widehat{BAC} = 99^\circ$ y $\widehat{ACB} = 20^\circ$. ¿Cuál es la distancia entre A y B ?.

Solución :26,2 m

7) Desde un punto a ras del suelo se ve la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 48° . Avanzando 20m en dirección al edificio, el ángulo de elevación se incrementa en 14° . Calcular la altura del edificio.

Solución:54,25 m

8) Una columna está situada sobre un peñon. Desde un punto la parte superior se ve con un ángulo de elevación de 55° . Situándose en un punto D, 40 m más cerca, se constata que dicho ángulo de elevación se transforma en 80° , y que el de la base de la columna vale 60° . ¿Cuál es la altura de la columna?.

Solución: 53,03 m

PROBLEMAS : RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS: ECUACIONES TRIGONÓMETRICAS.

1) En un terreno horizontal se ve una torre desde un punto situado a 30 m. del pie de la torre bajo un ángulo de 65° . Calcular la altura de dicha torre. Solución: 64,35 m.

2) Las diagonales de un rombo miden 20 cm. y 14 cm. Calcular sus ángulos. Solución: 70° y 100° .

3) Calcular el lado de un decágono regular, sabiendo que sus superficie es $1968,8 \text{ cm}^2$. Solución: 16 cm.

4) Un árbol situado en un terreno horizontal se ve a una distancia de 100 m. bajo un ángulo de 30° . ¿Bajo qué ángulo se verá a una distancia de 40 m.? Solución: $55^\circ 20'$

5) Resolver los siguientes triángulos de los que se conoce:

a) $b=10, B=60^\circ, C=50^\circ$. Solución: $a=10,85 ; A=70^\circ ; S=41,6$.

b) $a=12, b=9, C=70^\circ$. Solución: $A=66^\circ 30' ; B=43^\circ 30' ; S=50,76$.

c) $a=31, b=40, c=73$. Solución: No tiene.

d) $a=10, b=14, c=22$. Solución: $A=19^\circ 40' ; B=28^\circ 10' ; C=132^\circ 10' ; S=51,8$.

e) $a=29, b=21, c=20$. Solución: $A=90^\circ ; B=46^\circ 25' ; C=43^\circ 35' ; S=210$.

f) $a=12, c=16, C=80^\circ$. Solución: $b=12,86 ; A=47^\circ 40' ; B=52^\circ 20' ; S=76$.

g) $a=12, c=16, A=80^\circ$. Solución: No tiene.

h) $a=47, c=25, C=30^\circ$. Solución: $S_1: b_1=49,25 ; A_1=70^\circ ; B_1=80^\circ ; S_1=578,7$.

$S_2: b_2=32,15 ; A_2=110^\circ ; B_2=40^\circ ; S_2=377,8$.

6) La superficie de un triángulo es 35 cm^2 y dos de sus lados miden 10 y 14 cm. Calcular la longitud del otro lado y la medida de sus ángulos. Solución: 7,3 cm., $30^\circ, 43^\circ, 107^\circ$.

7) Los lados paralelos de un trapecio miden 6 y 10 cm. y los otros dos miden 4 y 5 cm. Calcular la medida de sus ángulos. Solución: $51^\circ 20' ; 77^\circ 20' ; 102^\circ 40' ; 128^\circ 40'$.

8) Los lados de un paralelogramo miden 8 y 12 cm. y uno de sus ángulos mide 60° . Calcular la longitud de sus diagonales. Solución: 10,58 cm., 17,44 cm.

9) Desde un punto A se ven dos árboles situados al otro lado de un río bajo un ángulo de 50° y desde un punto B distante 100 m. de A y en el mismo lado del río se ven los árboles bajo un ángulo de 45° . Midiendo las visuales ABC y BAD obtenemos 55° y 60° respectivamente. Hallar la distancia entre los árboles C y D. Solución: 256,56 m.

10) La superficie de un triángulo es 32 cm^2 , uno de sus lados mide 10 cm. y el ángulo opuesto 30° . Calcular la medida de los otros lados. Solución: 8 cm., 16 cm.

11) Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas.

1) $\cos 2x = \sin x$

6) $\text{tg } 2x = \text{cotg } x$

2) $\cos 2x + \sin x = 1$

7) $\sec x = 2 \text{ cotg } x$

3) $\cos 2x + \cos x = 0$

8) $\text{cotg}^2 x = 1 - \text{cosec } x$

4) $2\cos^2 x + \cos 2x - \cos x = 0$

9) $3\cos^2 x + \sin x = 2$

5) $\sin x + \cos 2x = 4\sin^2 x$

10) $1 + 2\text{tg } x = 3\text{tg}^2 x$

12) Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\cos 2x - \cos x = \sin(x/2)$. Ayuda: Transformar el primer miembro en producto.

b) $2\cos x + 4\sin(x/2) = 8$.

c) $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = 2$

d) $\sin 2x - 2\sin(x/2) = \sin x$

e) $\text{tg}^2(3x) + \sec^2(3x) = 9$

f) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$