Página 195

1. $\Omega=\{1+,1C,2+,2C,3+,3C,4+,4C,5+,5C,6+,6C\}$.

Esta compuesta por 12 posibles resultados.

2. Los sucesos obtenidos son:

a) $A=\{1,2,3,4,5\}$.

b) $A=\{3,6\}$.

c) $A=\{1,2,3,4,5,6\}=\Omega$.

d) $A=\phi$.

El suceso del apartado c es un suceso seguro y el suceso del apartado d es un suceso imposible.

Página 196

3. Los sucesos son:

a) $\overline{A}=\{3,4,6\}$, $\overline{B}=\{2\}$, $\overline{C}=\{3,4\}$.

b) $A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$.

c) $B-C=\{3,4,\}$.

d) $A\cap B=\{1,5\}$.

e) $A\cup(B\cap C)=\{1,2,5,6\}$.

f) $\overline{A}\cap\overline{B}=\phi$.

4. Los sucesos son:

a) $\overline{C}=\{1C,1+,2+,3+,4C,4+,5C,6C,6+\}$.

b) $A\cup B=\{1+,2C,3+,4C,5+,6C\}$.

c) $A\cap B=\phi$.

d) $\overline{A\cap B}=\{1C,1+,2+,3C,3+,4C,4+,5C,5+,6C,6+\}$.

e) $\overline{A}\cap\overline{C}=\{1C,1+,2+,3+,4+,5+,6+\}$.

f) $\overline{B\cap C}=\{1C,1+,2C,2+,3C,3+,4C,4+,5C,5+,6C,6+\}$

Página 197

5. Comprobaciones:

a) $A\cup(B\cup C)=A\cup\{2,3,4,5,6\}=\{1,2,3,4,5,6\}$.

$(A\cup B)\cup C=\{1,2,3,4,5,6\}\cup C=\{1,2,3,4,5,6\}$.

$A\cap(B\cap C)=A\cap\{6\}=\phi$.

$(A\cap B)\cap C=\phi\cap C=\phi$.

b) $A\cup(B\cap C)=A\cup\{6\}=\{1,2,3,4,5,6\}$.

$(A\cup B)\cap(A\cup C)=\{1,2,3,4,5,6\}\cup\{1,2,3,4,5,6\}=$

$=\{1,2,3,4,5,6\}$.

$A\cap(B\cup C)=A\cap\{2,3,4,5,6\}=\{2,3,4,5\}$.

$(A\cap B)\cup(A\cap C)=\phi\cup\{2,3,4,5\}=\{2,3,4,5\}$.

c) $\overline{A\cup B}=\overline{\Omega}=\phi$.

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{6\}\cup\{1,2,3,4,5\}=\phi$.

$\overline{A\cap B}=\overline{\phi}=\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$.

$\overline{A}\cup\overline{B}=\{6\}\cup\{1,2,3,4,5\}=\{1,2,3,4,5,6\}$.

6. Simplificación:

a) $(A\cap B)\cup\left(A\cup\overline{B}\right)=A$.

b) $\overline{\overline{A}\cap\overline{B}}=A\cup B$.

7. Demostración mediante el lanzamiento de un dado de seis caras y considerando los sucesos:

$A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{4,6\}$, $C=\{2,3,4,6\}$.

a) $(A-B)-C=\{1,2,3,5\}-C=\{1,5\}$.

$A-(B\cup C)=A-\{2,3,4,6\}=\{1,5\}$.

b) $A-(B\cap C)=A-\{4,6\}=\{1,2,3,5\}$.

$\left(A\cap\overline{B}\right)\cup\left(A\cap\overline{C}\right)=\{1,2,3,5\}\cup\{1,5\}=\{1,2,3,5\}$.

c) $(A\cup B)\cap\left(A\cup\overline{B}\right)\cap\left(\overline{A}\cup B\right)=$

$=\{1,2,3,4,5,6\}\cap\{1,2,3,4,5\}\cap\{4,6\}=\{4\}$.

$A\cap B=\{4\}$.

Página 198

8. Solución:

a) $P(\text{roja})=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$.

b) $P(\text{roja})\cup P(\text{verde})=\dfrac{6}{12}+\dfrac{2}{12}=\dfrac{2}{3}$.

c) $P\left(\overline{\text{negra}}\right)=1-\dfrac{4}{12}=\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$.

Página 199

9. $P(\text{lado})=\dfrac{60}{100}=0{,}6$; $P(\text{arriba})=\dfrac{40}{100}=0{,}4$.

10. $P(\text{defectuosa}) = \dfrac{15}{600} = \dfrac{1}{40}$.

Defectuosas en 2500 piezas: $\dfrac{1}{40} \cdot 2500 = 63$ piezas.

P(no defectuosa)= $1 - \dfrac{1}{40} = \dfrac{39}{40}$.

11. Cabe esperar $\rightarrow 240 \cdot 0{,}8 = 192$ aciertos.

12. Actividad personal, a modo de ejemplo:

Probabilidad considerada pequeña: Galletas rotas en un paquete, fallos en el lanzamiento de penaltis, fallos en pronósticos meteorológicos, etc…

Probabilidad inadmisible: Caudal máximo que soporta una presa, fallos mecánicos en la fabricación de vehículos, fallos en la construcción de un puente, etc…

Página 200

13. Los casos en que P no puede ser una probabilidad son:

a) No puede ser debido a que:

$P(\Omega) = 1 \neq P(\{a\}) + P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\})$.

c) No puede ser por dos razones:

$P(\{a\}) = P(\{b\}) = \dfrac{5}{8} \rightarrow P(\{a\}) + P(\{b\}) \neq \dfrac{5}{8}$.

$P(\{a\}) + P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\})$ es mayor que 1.

Página 201

14. Los resultados obtenidos de la baraja española son:

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{12}{48} + \dfrac{4}{48} = \dfrac{1}{3}$

b) $P(A \cup C) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$

$= \dfrac{12}{48} + \dfrac{12}{48} - \dfrac{3}{48} = \dfrac{21}{48} = \dfrac{7}{16}$.

c) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{12}{48} = \dfrac{3}{4}$.

15. Al ser sucesos incompatibles obtenemos:

a) $P(C \cup D) = P(C) + P(D) = 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}3$.

b) $P(\overline{A \cup C}) = 1 - P(A) + P(C) = 1 - 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}4$.

d) $P(B \cup C \cup D) = P(B) + P(C) + P(D) = 0{,}6$.

Página 202

16. Extrayendo 1 carta de la baraja española (48 cartas):

a) $P(A) = \dfrac{1}{48}$.

b) $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{12}$.

$P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{4}$.

17. Extrayendo dos bolas sucesivas obtenemos:

a) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = \dfrac{7}{12} \cdot \dfrac{6}{11} = \dfrac{7}{22} = 31{,}8\%$.

b) $P(\text{diferente}) = P(B \cap R) + P(B \cap N) + P(R \cap B) +$

$+ P(R \cap N) + P(N \cap B) + P(N \cap R) = \dfrac{7}{12} \cdot \dfrac{2}{11} +$

$+ \dfrac{7}{12} \cdot \dfrac{3}{11} + \dfrac{2}{12} \cdot \dfrac{7}{11} + \dfrac{2}{12} \cdot \dfrac{3}{11} + \dfrac{3}{12} \cdot \dfrac{7}{11} + \dfrac{3}{12} \cdot \dfrac{2}{11} =$

$= \dfrac{41}{66} = 62{,}1\%$.

Página 203

18. Extrayendo tres cartas dependientes obtenemos:

a) $P(E \cap E' \cap E'') = P(E) \cdot P(E'/E) \cdot P(E''/E') =$

$= \dfrac{10}{40} \cdot \dfrac{9}{39} \cdot \dfrac{8}{38} = 1{,}21\%$.

b) $P(A \cap A' \cap A'') = P(A) \cdot P(A'/A) \cdot P(A''/A') =$

$= \dfrac{4}{40} \cdot \dfrac{3}{39} \cdot \dfrac{2}{38} = 0{,}04\%$

c) P(al menos un oro)= 1-P(ningún oro)=

$1 - P(N \cap N' \cap N'') = P(N) \cdot P(N'/N) \cdot P(N''/N') =$

$= 1 - \dfrac{30}{40} \cdot \dfrac{29}{39} \cdot \dfrac{28}{38} = 1 - 0{,}411 = 59\%$

19. Extrayendo tres cartas independientes obtenemos:

a) $P(E \cap E' \cap E'') = P(E) \cdot P(E) \cdot P(E) =$

$= \dfrac{10}{40} \cdot \dfrac{10}{40} \cdot \dfrac{10}{40} = 1{,}56\%$.

b) $P(A \cap A' \cap A'') = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) =$

$= \dfrac{4}{40} \cdot \dfrac{4}{40} \cdot \dfrac{4}{40} = 0{,}1\%$

c) P(al menos un oro)= 1-P(ningún oro)=

$1 - P(N \cap N' \cap N'') = P(N) \cdot P(N) \cdot P(N) =$

$= 1 - \dfrac{30}{40} \cdot \dfrac{30}{40} \cdot \dfrac{30}{40} = 1 - 0{,}422 = 57{,}8\%$

20. Vemos primero cuantos números son divisibles entre

6 entre el 100 y el 999.

$\frac{999-99}{6}=150$ números son divisibles entre 6.

$P(\text{divisible})=\frac{150}{900}=16,\hat{6}\%$.

Los números divisibles entre 30 son:

$\frac{999-99}{30}=30$ números.

$P(\text{divisible})=\frac{30}{900}=3,\hat{3}\%$.

Página 204

21. Siendo S el suceso "superar el control de calidad":

$P(S)=P(A)\cdot P(S/A)+P(B)\cdot P(S/B)=0,6\cdot 0,92+$

$+0,4\cdot 0,84=0,888\rightarrow 88,8\%$.

Página 205

22. El porcentaje de pacientes es:

a) $P(Rh+\cap A)=P(Rh+)\cdot P(A/Rh+)=0,80\cdot 0,1=$

$=0,08\rightarrow 8\%$.

b) $P(Rh-/B)=$

$$=\frac{P(Rh-)\cdot P(B/Rh-)}{P(Rh+)\cdot P(B/Rh+)+P(Rh-)\cdot P(B/Rh-)}=$$

$$=\frac{0,2\cdot 0,15}{0,16+0,03}=0,1579=15,79\% .$$

Página 208

P1. El espacio muestral es todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

El suceso seguro es el que ocurre siempre para cualquier resultado que se obtenga. Mientras el suceso imposible es el que no ocurre nunca y por lo tanto no contiene ninguno de los posibles resultados del experimento.

El suceso contrario de un suceso es el que tiene lugar cuando no ocurre tal suceso.

El suceso contrario de un suceso seguro es el suceso imposible.

P2. Si realizamos un experimento aleatorio en el que hay n sucesos elementales, todos igualmente probables, equiprobables, entonces si A es un suceso, la probabilidad de que ocurra el suceso A es:

$$P(A)=\frac{\text{número de casos favorables a A}}{\text{casos totales}}$$

Se debe cumplir por un lado que el espacio muestral esté formado por un número finito de resultados que se conocen previamente y por otro lado que todos los resultados del experimento aleatorio son igualmente probables.

Un posible ejemplo puede ser la probabilidad de que al lanzar dos monedas al aire salgan cruz en ambas.

P3. La probabilidad de un suceso es el límite de la frecuencia relativa del suceso cuando el número de pruebas tiende a infinito:

$$P(A)=\lim_{n\to\infty}\frac{n_A}{n} .$$

P4. Sea S el espacio de sucesos asociado a un espacio muestral Ω. Se llama probabilidad a una función que hace corresponder a cada suceso A de S un número real P (A) que cumple los axiomas siguientes:

1. La probabilidad de un suceso A es un número real no negativo: $P(A)\geq 0$.

2. La probabilidad del suceso seguro es 1: $P(\Omega)=$
$=1$.

3. La probabilidad del suceso unión de dos sucesos incompatibles A y B es la suma de las probabilidades de A y B: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

P5. Un suceso contrario o complementario de A se verifica siempre y cuando no se verifica A. Por lo tanto la probabilidad del suceso contrario de A será $P(\overline{A})=1-P(A)$.

Por ejemplo si en el lanzamiento de un dado el suceso A es $\{2,3\}$ tiene un probabilidad de 0,3, el suceso contrario $\overline{A}=\{1,4,5,6\}$ tendrá una probabilidad de 0,7.

P6. Dos sucesos se dicen compatibles si tienen algún suceso elemental común. Es decir, $A\cap B\neq\phi$, pueden ocurrir a la vez.

Cos sucesos se dicen incompatibles si no tienen ningún suceso elemental común. Es decir, $A\cap B=\phi$, no puede ocurrir a la vez.

Probabilidad de unión de dos sucesos compatibles:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

Ejemplo: Probabilidad de obtener un número impar y menor que 4 en el lanzamiento de un dado.

$$P(A\cup B)=\frac{3}{6}+\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{4}{6}=66,\hat{6}\% .$$

Probabilidad de unión de dos sucesos incompatibles:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

Ejemplo: Probabilidad de obtener más o menos que 4 en el lanzamiento de un dado.

$$P(A\cup B)=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}=83,\hat{3}\% .$$

P7. Sí, siempre y cuando el suceso B incompatible de A esté incluido en el suceso contrario de A: $B \subset \overline{A}$.

Por ejemplo, si el suceso A en el lanzamiento de un dado es $\{2,4,6\}$ y un posible caso de incompatibilidad $B = \{1,5\}$. El suceso B es incompatible a A pero no contrario a A ya que $B \subset \overline{A} = \{1,3,5\}$.

P8. La probabilidad condicionada de un suceso A es la probabilidad de que ocurra un evento A sabiendo que también sucede otro evento B.

El teorema de la probabilidad compuesta dice que la probabilidad de que se den simultáneamente dos sucesos (intersección de A y B) es igual a la probabilidad a priori del suceso A multiplicada por la probabilidad del suceso B condicionada al cumplimiento del suceso A.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$.

P9. Dos sucesos A y B son dependientes si la probabilidad de B cambia cuando se sabe que ha ocurrido A.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$

Dos sucesos A y B son independientes si la probabilidad de B no cambia cuando se sabe que ha ocurrido A.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Ejemplo: Se tiene una caja con tres bolas blancas y dos rojas, si se extraen al azar dos bolas consecutivamente, determina la probabilidad de extraer dos bolas blancas:

Caso sin reposición (dependiente):

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10} = 30\%.$$

Caso con reposición (independiente):

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 36\%.$$

P10. Teorema de la probabilidad total:

Si A_1, A_2, …, A_n forman un sistema completo de sucesos tales que se conocen las probabilidades $P(A_1)$, $P(A_2)$, …, $P(A_n)$, y B es un suceso del que se conocen las probabilidades condicionadas $P(B/A_1)$, $P(B/A_2)$, …, $P(B/A_n)$, entonces la probabilidad del suceso B es:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + \ldots + P(A_n) \cdot P(B/A_n).$$

Teorema de Bayes:

Si A_1, A_2, …, A_n forman un sistema completo de sucesos tales que se conocen las probabilidades $P(A_1)$, $P(A_2)$, …, $P(A_n)$, y B es un suceso del que se conocen las probabilidades condicionadas $P(B/A_1)$, $P(B/A_2)$, …, $P(B/A_n)$, entonces las probabilidades de los sucesos A_i/B son:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{P(A_1) \cdot P(B/A_1) + \ldots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)}.$$

Página 208

23. Al lanzar dos monedas obtenemos:

Espacio muestral: $\Omega = \{++, +C, C+, CC\}$.

a) $A = \{+C, C+\}$.

b) $A = \{CC\}$.

c) $A = \{++, +C, C+\}$.

d) $A = \{CC\}$.

e) $A = \{++, +C, C+\}$.

24. Lanzando dos dados tetraédricos obtenemos:

a) $\Omega = \{1|1, 1|2, 1|3, 1|4, 2|1, 2|2, 2|3, 2|4, 3|1, 3|2, 3|3, 3|4,$

$, 4|1, 4|2, 4|3, 4|4\}$

b) No, debido a que ambos dados son independientes.

25. Lanzando los dados de quinielas obtenemos:

a) $\Omega = \{1, X, 2\}$.

b) $\Omega = \{1|1|1, 1|1|X, 1|1|2, 1|X|1, 1|X|X, 1|X|2, 1|2|1, 1|2|X, 1|2|2,$

$, X|1|1, X|1|X, X|1|2, X|X|1, X|X|X, X|X|2, X|2|1,$

$, X|2|X, X|2|2, 2|1|1, 2|1|X, 2|1|2, 2|X|1, 2|X|X, 2|X|2,$

$, 2|2|1, 2|2|X, 2|2|2\}$

c) Recuento $= 3^4 = 81$ resultados.

26. El espacio muestral asociado es:

a) $\Omega = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$.

b) $\Omega = \{0,1,2,3,4,5\}$.

27. El espacio muestral asociado es:

a) $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$.

b) $A \cap C = \{1\}$.

c) $\overline{A} \cup \overline{B} = \{1,2,5,6\}$.

d) $\overline{A \cup B} = \{5\}$.

e) $\overline{A \cap B} = \{1,2,5,6\}$.

f) $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = \{1,2,3,4,6\} \cap \{1\} = \{1\}$.

28. Sacando al azar una ficha de dominó:

a) $A \cup B = \{0,1,3,5,6,7,9,11,12\}$.

b) $A \cup \overline{B} = \{1,2,3,4,5,7,8,9,10,11\}$.

c) $\overline{A} \cup B = \{0,2,3,4,6,8,9,10,12\}$.

d) $A \cap B = \{3,9\}$.

29. Sacando al azar una ficha de dominó:

a) $A \cap B = \{6,8,10,12\}$.

b) $(A \cap D) \cup (\overline{A \cup B}) = \{4,8,12\} \cup \{1,3,5\} =$

$= \{1,3,4,5,8,12\}$.

c) $(A \cup B) \cap (C \cup D) = \{2,4,6,7,8,9,10,11,12\} \cap \phi = \phi$.

30. Demostración:

Espacio muestral: $\Omega = \{a,b,c,d,e,f,g,h\}$.

Suceso $A = \{a,c,e,f\}$, suceso $B = \{a,b,e,f,h\}$

a) $\overline{A - B} = \{a,b,d,e,f,g,h\}$.

$B \cup \overline{A} = \{a,b,e,f,h\} \cup \{b,d,g,h\} = \{a,b,d,e,f,g,h\}$.

b) $(A - B) \cup (B - A) = \{c\} \cup \{b,h\} = \{b.c,h\}$.

$(A \cup B) - (B \cap A) = \{a,b,c,e,f,h\} - \{a,e,f\} =$

$= \{b,c,h\}$.

31. Extrayendo una bola obtenemos:

a) $P(V) = \dfrac{7}{24} = 0{,}291\hat{6} \rightarrow 29{,}1\hat{6}\%$.

b) $P(V) \cup P(N) = 1 - \dfrac{8}{24} = 1 - \dfrac{1}{3} = 0{,}\hat{6} \rightarrow 66{,}\hat{6}\%$.

c) $P(R) \cup P(V) = 1 - \dfrac{9}{24} = 1 - \dfrac{3}{8} = 0{,}625 \rightarrow 62{,}5\%$.

32. De la baraja española de 40 cartas se obtiene:

a) $P(\text{Figura oros}) = \dfrac{2}{32} = 0{,}0625 \rightarrow 6{,}25\%$.

b) $P(\text{5 bastos}) = \dfrac{1}{32} = 0{,}0312 \rightarrow 3{,}12\%$.

c) $P(B) \cup P(F) = \dfrac{8}{32} + \dfrac{8}{32} = 0{,}5 \rightarrow 50\%$.

d) $P(\text{Rey espadas}) = \dfrac{1}{32} = 0{,}0312 \rightarrow 3{,}12\%$.

Página 209

33. La probabilidad de que la primera papeleta extraída no incluya la cifra 6 es:

$P(\text{N}^{\text{o}} \text{ sin } 6) = 1 - \dfrac{17}{80} = 1 - 0{,}2125 = 0{,}7875 \rightarrow 78{,}75\%$.

34. Las probabilidades son las siguientes:

a) $P(C \cap C \cap C) = P(C) \cdot P(C) \cdot P(C) = 0{,}125 \rightarrow 12{,}5\%$

b) $P(C \cap C) = 3P(C) \cdot P(C) \cdot P(+) + P(C) \cdot P(C) \cdot P(C) =$

$= 0{,}5 \rightarrow 50\%$.

c) $P(C \cap + \cap +) = 3P(C) \cdot P(+) \cdot P(+) = 0{,}375 \rightarrow$

$\rightarrow 37{,}5\%$.

35. Lanzando dos dados no trucados:

a) $P(2) = \dfrac{11}{36} = 0{,}30\hat{5} \rightarrow 30{,}\hat{5}\%$.

b) $P(>3) = 1 - \dfrac{3}{36} = 0{,}91\hat{6} \rightarrow 91{,}\hat{6}\%$

c) $P(\text{Ningún } 2) = 1 - \dfrac{11}{36} = 0{,}69\hat{4} \rightarrow 69{,}\hat{4}\%$.

36. Al cortar el cubo tenemos 8 cubos sin ninguna cara pintada, 24 con tan solo una cara pintada, 24 caras pintadas cos caras y 8 caras pintadas tres caras de rojo.

$P(\text{Una cara roja}) = \dfrac{24}{64} = 0{,}375 \rightarrow 37{,}5\%$.

$P(\text{Dos caras rojas}) = \dfrac{24}{64} = 0{,}375 \rightarrow 37{,}5\%$.

$P(\text{Dos caras rojas}) = \dfrac{1}{8} = 0{,}125 \rightarrow 12{,}5\%$.

37. La tabla de frecuencias relativas y absolutas es:

Nº de lanzamientos	f_a(uno)	f_r(uno)
50	15	0,3
100	35	0,35
150	51	0,34
200	62	0,31
250	80	0,32
300	100	0,33

Sí, ya que la probabilidad del suceso aleatorio de obtener un uno en el lanzamiento de un dado es del $16{,}\hat{6}\%$, no del 33%.

38. El apartado b la función P no puede ser una probabilidad, ya que las suma de probabilidades de los sucesos de todo el espacio muestral ha de ser igual a 1, suceso seguro.

39. La probabilidad de que no sea soleado es de 0,3.

40. En un dado de seis caras manipulado.

a) $P(\Omega) = 1 = 4p + 3 \cdot 2p \rightarrow p = \dfrac{1}{10} \rightarrow p = 10\%$.

P(1)= P(2)= P(3)= P(4)=10%, P(5)= P(3)=30%.

b) P(par)= P(2) + P(4) + P(6) =0,5.

41. Lanzando un dado manipulado.

a) $P(3)=\frac{1}{9}=0,\hat{1}$.

b) $P(4\cup 5)=\frac{3}{9}=0,\hat{3}$.

c) $P(1\cup 3\cup 5)=\frac{3}{9}=0,\hat{3}$.

42. Lanzando dos dados trucados con tan solo 1, 3 y 5:

a) Suceso imposible $\rightarrow$ P(suma sea impar)=0.

b) $P(\text{Suma}=6)=2\cdot P(1\cap 5)+P(3\cap 3)=2\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+$

$+\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\rightarrow 33,\hat{3}\%$.

43. Realizando el experimento aleatorio obtenemos:

a) $P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)=$

$=\frac{12}{48}+\frac{4}{48}-\frac{1}{48}=\frac{5}{16}=0,3125\rightarrow 31,25\%$.

b) $P(A\cap B)=\frac{3}{48}=\frac{1}{16}=0,0625\rightarrow 6,25\%$.

c) $P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{12}{48}=\frac{3}{4}=0,75\rightarrow 75\%$.

d) $P(B\cap C)=\frac{4}{48}=\frac{1}{12}=0,08\hat{3}\rightarrow 8,\hat{3}\%$.

e) $P(B\cup D)=\frac{12}{48}+\frac{1}{48}-\frac{1}{48}=\frac{1}{4}=0,25\rightarrow 25\%$.

f) $P(C\cup\overline{D})=\frac{4}{48}+\frac{47}{48}-\frac{3}{48}=1\rightarrow 100\%$.

44. Una bolsa contiene bolas numeradas del 1 al 10:

a) $P(A\cup B)=\frac{5}{10}+\frac{4}{10}-\frac{1}{10}=\frac{4}{5}=0,8\rightarrow 80\%$.

b) $P(\overline{A\cup C})=1-\left(\frac{5}{10}+\frac{3}{10}-\frac{1}{10}\right)=\frac{3}{10}=0,3\rightarrow 30\%$.

c) $P(A\cup C)=\frac{5}{10}+\frac{3}{10}-\frac{1}{10}=\frac{7}{10}=0,7\rightarrow 70\%$.

d) $P(A-B)=\frac{5}{10}-\frac{1}{10}=\frac{4}{10}=0,4\rightarrow 40\%$.

e) $P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{2}{10}=0,2\rightarrow 20\%$.

f) $P(A\cup B\cup C)=\frac{5}{10}+\frac{4}{10}+\frac{3}{10}-\frac{2}{10}=1\rightarrow 100\%$.

45. Dados dos sucesos A y B, la solución es:

a) $P(A\cup B)=0,5+0,6-0,3=0,8\rightarrow 80\%$.

b) $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-0,8=0,2\rightarrow 20\%$.

c) $P(\overline{A}\cup\overline{B})=P(\overline{A\cap B})=1-0,3=0,7\rightarrow 70\%$.

46. El suceso B se da si ocurre cualquiera de los 4 sucesos equiprobables {+, c, c}, {c, +, c}, {c, c, +} o {c, c, c}. La probabilidad de sacar 2 caras sabiendo que ha ocurrido B es 3/4. Estos sucesos no son independientes ya que P(A) ≠ P(A/B).

47. Eliminando los 4 reyes de una baraja de 40 cartas:

a) $P(\text{Oro})=\frac{9}{36}=0,25\rightarrow 25\%$.

b) La probabilidad solicitada se corresponde a la probabilidad de que la primera y la segunda cartas sean figuras más la probabilidad de que la primera no lo sea i la segunda sí que lo sea:

$P(\text{figura})=\frac{8}{36}\cdot\frac{7}{35}+\frac{28}{36}\cdot\frac{8}{35}=\frac{8}{36}=0,\hat{2}\rightarrow 22,2\%$

c) Los sucesos anteriores son independientes ya que saber que hemos sacado un oro no modifica la probabilidad de sacar figura.

48. Eliminando los 4 reyes de una baraja de 40 cartas:

a) $P(R\cap R)=\frac{4}{25}=0,16\rightarrow 16\%$.

P(Diferente color)= $P(R\cap A)+P(A\cap R)=$

$=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=0,48\rightarrow 48\%$.

b) $P(R\cap R)=\frac{2}{20}=0,10\rightarrow 10\%$.

P(dif. color)= $P(R\cap A)+P(A\cap R)=$

$=\frac{6}{20}+\frac{6}{20}=0,6\rightarrow 60\%$.

Página 210

49. Extrayendo dos bolas simultáneamente obtenemos:

a) $P(B\cap B)=\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}=0,1071\rightarrow 10,71\%$.

b) $P(\overline{B}\cap\overline{B})=\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}=0,3571\rightarrow 35,71\%$.

50. La probabilidad es:

$P(M\cap A\cap L\cap A\cap G\cap A)=\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1}=$

$=\frac{6}{720}=0,008\hat{3}\rightarrow 0,8\hat{3}\%$.

51. Sean A y B dos sucesos independientes, obtenemos:

$$P(A \cap B) = 0{,}125 = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = 1 - 0{,}375 = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos las soluciones:

$P(A) = 0{,}5 \rightarrow P(B) = 0{,}25$.

$P(B) = 0{,}5 \rightarrow P(A) = 0{,}25$.

52. Disponiendo de dos urnas, obtenemos:

a) $P(R) = P(A) \cdot P(R/A) + P(B) \cdot P(R/B) =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{8} = 0{,}1964 \rightarrow 19{,}64\%$.

b) $P(A/R) = \dfrac{P(A) \cdot P(R/A)}{P(A) \cdot P(R/A) + P(B) \cdot P(R/B)} =$

$= \dfrac{1/14}{11/56} = 0{,}3636 \rightarrow 36{,}36\%$.

53. Disponiendo de tres urnas, obtenemos:

a) $P(R) = \frac{1}{7} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{11} + \frac{1}{7} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{11} + \frac{6}{7} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{11} +$

$+ \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{11} = 0{,}3146 \rightarrow 31{,}46\%$.

b) $P(\overline{\text{Verde}} \cap \overline{\text{Verde}} \cap \overline{\text{Verde}}) = \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{8}{11} =$

$= \frac{56}{231} \rightarrow 24{,}24\%$.

c) P(Una bola roja)= 1 - P(Ninguna roja)=

$= 1 - \left(\frac{6}{7} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{11} \right) = \frac{151}{231} \rightarrow 65{,}36\%$.

d) $P\left({}^{A_A}\!/\!{}_{A_B} \right) = \dfrac{P(A_A \cap A_B)}{P(A_B)} = \dfrac{\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{9}}{\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{9} + \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{9}} =$

$= \frac{3}{8} \rightarrow 37{,}5\%$.

54. Las soluciones son:

a) $P(\overline{\text{Defectuoso}}) = 1 - P(\text{Defectuoso}) =$

$= 1 - \frac{7}{2378} \rightarrow 99{,}7\%$.

b) $\text{Defectuosos} = 354000 \cdot P(\text{Defectuoso}) \approx 1.042$.

Cabe esperar que 1.042 sean defectuosos.

55. Para ir de la ciudad A a la ciudad B:

$$P(A_2 \cap B_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = 0{,}08\hat{3} \rightarrow 8{,}\hat{3}\%.$$

56. Dos jugadores A y B juegan un partido de tenis de 5 sets:

a) $P(\text{Gana A}) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 +$

$+ 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot$

$\cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36 + 0{,}0864 + 0{,}03456 + 0{,}144 +$

$+ 0{,}03456 \approx 0{,}66 \rightarrow 66\%$

b) $P(\text{Gana A en 2 sets}) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36 \rightarrow 36\%$.

57. En una cafetería, obtenemos:

a) $P(M) = 0{,}2 \cdot 0{,}45 + 0{,}65 \cdot 0{,}65 + 0{,}15 \cdot 0{,}35 =$

$= 0{,}565 \rightarrow 56{,}5\%$.

b) $P\left({}^{\text{Café}}\!/\!{}_{M} \right) = \dfrac{0{,}65 \cdot 0{,}65}{0{,}2 \cdot 0{,}45 + 0{,}65 \cdot 0{,}65 + 0{,}15 \cdot 0{,}35} =$

$= 0{,}7478 \rightarrow 74{,}78\%$

58. Estudio de los partos prematuros:

	H	M	total
P	70	68	138
$\overline{P}$	959	933	1892
total	1029	1001	2030

a) $P(M) = \frac{1001}{2030} = 0{,}4931 \rightarrow 49{,}31\%$.

b) $P(P) = \frac{138}{2030} = 0{,}068 \rightarrow 6{,}8\%$.

c) $P\left({}^{M}\!/\!{}_{P} \right) = \frac{68}{138} = 0{,}4927 \rightarrow 49{,}27\%$.

d) $P\left({}^{P}\!/\!{}_{H} \right) = \frac{70}{1029} = 0{,}068 \rightarrow 6{,}8\%$.

59. En los vuelos entre dos compañías, obtenemos:

a) $P(P) = 0{,}6 \cdot 0{,}15 + 0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}19 \rightarrow 19\%$.

b) $P\left({}^{B}\!/\!{}_{P} \right) = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}25}{0{,}19} = 0{,}5263 \rightarrow 52{,}63\%$.

60. En una tienda de electrodomésticos:

$$P\left({}^{A}\!/\!{}_{\text{Def}} \right) = \frac{0{,}75 \cdot 0{,}05}{0{,}75 \cdot 0{,}05 + 0{,}25 \cdot 0{,}3} = 0{,}\hat{3} \rightarrow 33{,}\hat{3}\%.$$

Página 211

61. Teniendo en cuenta:

Dos sucesos incompatibles: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Propiedad asociativa: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

Por ser sucesos incompatibles dos a dos, también lo son los sucesos en conjunto, por lo tanto:

$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2 \cup ... \cup A_n) =$
$= P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$.

62. Sabiendo que $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$:

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B\cup C)-P(A\cap(B\cup C))=$$
$$=P(A)+P(B)+P(C)-P(B\cap C)-$$
$$-P((A\cap B)\cup(A\cap C))=P(A)+P(B)+P(C)-$$
$$-P(B\cap C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C).$$

63. Observando los primeros diez coches:

Suceso A: Al menos dos vehículos coinciden en el último número de la matrícula.

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{10!}{10^{10}}=1-3{,}63\cdot 10^{-4}=0{,}99964.$$

64. En un grupo de 30 personas:

Suceso A: Al menos dos personas celebran el cumpleaños el mismo día.

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{365!}{365^{30}\cdot(365-30)!}=1-0{,}2937=$$
$$=0{,}7063\rightarrow 70{,}63\%.$$

65. La probabilidad de que dos fichas del dominó tengan alguna puntuación en común viene dada por la suma de las probabilidades de los sucesos:

1) La primera ficha sea un doble, la segunda no lo sea y las fichas compartan una puntuación.

2) La primera ficha no sea un doble, la segunda lo sea y las fichas compartan una puntuación.

3) Ninguna ficha sea un doble y las fichas compartan una puntuación.

$$P(A)=\frac{7}{28}\cdot\frac{21}{27}\cdot\frac{6}{21}+\frac{21}{28}\cdot\frac{7}{27}\cdot\frac{2}{7}+\frac{21}{28}\cdot\frac{20}{27}\cdot\frac{10}{20}=$$
$$=\frac{7}{28}\cdot\frac{6}{27}+\frac{21}{28}\cdot\frac{2}{27}+\frac{21}{28}\cdot\frac{10}{27}=0{,}3\hat{8}\rightarrow 38{,}89\%.$$

66. Para rellenar una quiniela de 15 resultados:

a) $P(1_1\cap 1_2\cap\ldots\cap 1_{15})=\left(\frac{3}{6}\right)^{15}=3{,}051\cdot 10^{-5}$.

b) Primero calculamos la probabilidad de que tengamos 7 unos. Esta viene dada por el número de formas de tomar 7 elementos de un grupo de 15 elementos por la probabilidad de que en 7 posiciones concretas haya un 7 y por la probabilidad de que en otras 8 posiciones concretas no haya un 7, que es;

$$P(1_7)=\binom{15}{7}\left(\frac{3}{6}\right)^7\left(1-\frac{3}{6}\right)^8=\frac{15!}{7!\cdot 8!}\left(\frac{1}{2}\right)^{15}=\frac{6435}{32768}.$$

A ésta le tendremos que multiplicar la probabilidad de que en las 8 posiciones restantes haya exactamente 5 equis, que es:

$$P(x_5)=\binom{8}{5}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^5\cdot\left(1-\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8!}{5!\cdot 3!}\left(\frac{2}{3}\right)^5\left(\frac{1}{3}\right)^3=$$
$$=\frac{1792}{6561}.$$

Finalmente,

$$P(1_7,X_5,2_3)=\frac{6435}{32768}\cdot\frac{1792}{6561}=0{,}0536=5{,}36\%.$$

67. Eliminando varias cartas de la baraja española:

Probabilidad de extraer en una carta el as de copas:

$$P(As\cup Copa)=1-P(\overline{As\cup Copa})=1-0{,}84=0{,}16.$$
$$P(As\cup Copa)=P(As)+P(Copa)-P(As\cap Copa)\rightarrow$$
$$\rightarrow P(As\cap Copa)=0{,}12+0{,}08-0{,}16=0{,}04.$$

El número de cartas en la baraja:

$$P(As\cap Copa)=0{,}04=\frac{1}{n^o.cartas}\rightarrow n^o.cartas=25.$$

Por lo tanto, se han eliminado 23 cartas.

68. Realizando un test para diagnosticar un virus:

$$P\left(Infec/Posit\right)=\frac{0{,}02\cdot 0{,}95}{0{,}02\cdot 0{,}95+0{,}92\cdot 0{,}03+0{,}06\cdot 0{,}11}=$$
$$=0{,}3571\rightarrow 35{,}71\%.$$

69. La probabilidad de que la furgoneta sea blanca habiéndola identificado un testigo es:

$$P\left(B/B_{tes}\right)=\frac{P(B)\cdot P\left(B_{tes}/B\right)}{P(B)\cdot P\left(B_{tes}/B\right)+P(G)\cdot P\left(B_{tes}/G\right)}=$$
$$=\frac{0{,}8\cdot 0{,}7}{0{,}8\cdot 0{,}7+0{,}2\cdot 0{,}3}=0{,}9032\rightarrow 90{,}32\%.$$

Evaluación de estándares

1. El espacio muestral al lanzar un dado de 6 caras y uno de quinielas es:

$$E=\{\{1,1\},\{1,X\},\{1,2\},\{2,1\},\{2,X\},\{2,2\},\{3,1\},\{3,X\},\{3,2\}$$
$$\{4,1\},\{4,X\},\{4,2\},\{5,1\},\{5,X\},\{5,2\},\{6,1\},\{6,X\},\{6,2\}\}.$$

2. El suceso contrario o complementario del suceso A se verifica siempre y cuando no se verifique el suceso A.

El suceso contrario a sacar al menos un rey al extraer cuatro cartas es no sacar ningún rey al sacar cuatro cartas.

3. El espacio de sucesos del dado tetraédrico es:

S = {ø, {0}, {1}, {2}, {3},{0,1},{0,2},{0,3},{1,2}, {1,3},{2,3},{1,2,3}, {0,2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}, Ω}, donde Ω = {0, 1, 2, 3} es el espacio muestral.

Observemos que el espacio de sucesos tiene $2^4 = 16$ elementos, donde 4 es el número de elementos del espacio muestral.

4. Los sucesos obtenidos son:

a) $A \cup B = \{2,4,5,6\}$.

b) $\overline{A} \cup \overline{B} = \{12,3,5\}$.

c) $A \cup C = \{2,3,4,5,6\}$.

d) $\overline{A \cap C} = \{1,3,4,5,6\}$.

e) $A \cup (B \cup C) = \{2,3,4,5,6\}$.

f) $A \cap C = \{2\}$.

5. La probabilidad viene dada por la suma de las probabilidades de que la enésima ficha sea un doble y las demás no lo sean. Sabiendo que en un dominó hay 7 fichas dobles entre 28 fichas:

P(Un doble en 7 fichas)=

$$= \left(\frac{7}{28}\cdot\frac{21}{27}\cdot\frac{20}{26}\cdot\frac{19}{25}\cdot\frac{18}{24}\cdot\frac{17}{23}\cdot\frac{16}{22}\right) +$$

$$+ \left(\frac{21}{28}\cdot\frac{7}{27}\cdot\frac{20}{26}\cdot\frac{19}{25}\cdot\frac{18}{24}\cdot\frac{17}{23}\cdot\frac{16}{22}\right) + \cdots +$$

$$+ \left(\frac{21}{28}\cdot\frac{20}{27}\cdot\frac{19}{26}\cdot\frac{18}{25}\cdot\frac{17}{24}\cdot\frac{16}{23}\cdot\frac{7}{22}\right) =$$

$$= 7\cdot\left(\frac{7}{28}\cdot\frac{21}{27}\cdot\frac{20}{26}\cdot\frac{19}{25}\cdot\frac{18}{24}\cdot\frac{17}{23}\cdot\frac{16}{22}\right) = 0{,}32 \rightarrow 32\% .$$

6. Sea A el suceso obtener cuatro seises en una tirada de cuatro dados. La probabilidad de obtener cuatro seises en los dos lanzamientos es:

$$P(A \cap A) = \left(\frac{1}{6}\right)^8 = 5{,}95 \cdot 10^{-7},$$

7. Usando las leyes de Morgan tenemos la probabilidad:

$$P(A \cap B) = 1 - P\left(\overline{A \cap B}\right) = 1 - P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = 0{,}42 .$$

Utilizando el teorema de la probabilidad compuesta, tenemos:

$$P(A \cap B) = P(A)\cdot P(B/A) = 0{,}42 = 0{,}7\cdot 0{,}6 =$$

$$= P(A)\cdot P(B).$$

Así pues, $P(B/A) = P(B)$ y por lo tanto los sucesos son independientes.

8. Extrayendo cuatro cartas de una baraja obtenemos:

a) P(4 Reyes)$=\frac{4}{48}\cdot\frac{3}{47}\cdot\frac{2}{46}\cdot\frac{1}{45} = 5{,}14\cdot 10^{-6}$.

b) P(Un bastos)= $1 -$ P(Ningún bastos)=

$$= 1 - \left(\frac{36}{48}\cdot\frac{35}{47}\cdot\frac{34}{46}\cdot\frac{33}{45}\right) = 1 - 0{,}3027 = 0{,}6972 .$$

9. En un examen de 10 temas, sabiendo 8, obtenemos:

P(Algún tema)$=1 - \left(\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{9}\right) = 0{,}9\hat{7} \rightarrow 97{,}\hat{7}\%$.

10. Dos pruebas nos permiten detectar si un paciente padece determinada enfermedad:

Siendo el suceso D: detectada la enfermedad.

a) $P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0{,}6\cdot 0{,}9 - 0{,}4\cdot 0{,}8 = 1 - 0{,}86 =$

$= 0{,}14 \rightarrow 14\%$.

b) $P\left(A/D\right) = \dfrac{0{,}6\cdot 0{,}9}{0{,}6\cdot 0{,}9 + 0{,}4\cdot 0{,}8} = 0{,}628 \rightarrow 62{,}8\%$

DIRECCIONES DE INTERNET

TICHING	WEBS
http://www.tiching.com/741027	http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/probabilidad/espacio_muestral.html
http://www.tiching.com/741035	https://www.youtube.com/watch?v=0vv4EIn-yDQ
http://www.tiching.com/741064	https://www.youtube.com/watch?v=Rdv3lrBn5Lc
http://www.tiching.com/741065	http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/28/3.html
http://www.tiching.com/741066	http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/probabilidad_condicionada/probabilidad_total_jam.htm
http://www.tiching.com/741068	https://www.youtube.com/watch?v=fFbY6dPOacM