

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

### CÁLCULO DE PROBABILIDADES

#### PROPIEDAD FUNDAMENTAL DEL AZAR. LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS

- Repetimos un experimento un número  $N$  de veces, todo lo grande que deseemos. Anotamos el n.º de veces que sale un suceso  $S$  determinado. A ese número le llamamos frecuencia absoluta  $f(s)$  de  $S$ .
- A medida que  $N$  crece, el cociente  $\frac{f(s)}{N}$  (frecuencia relativa de  $S$ ) se estabiliza en torno a un valor.
- **Consecuencias:** Al hacer una experiencia aleatoria con un instrumento irregular, estimamos la *probabilidad* de un suceso  $S$  asignándole el valor  $p = \frac{f(s)}{N}$  ( $p$  es una medida de la presencia del suceso en el experimento).

#### LEY DE LAPLACE

- Si realizamos una experiencia aleatoria con un instrumento regular (dado no trucado, moneda, etc.), la probabilidad de un suceso  $S$  es el cociente  $p = \frac{\text{número de casos favorables a } S}{\text{números de casos posibles}}$

EJEMPLO: Probabilidad de sacar n.º primo al tirar un dado:  $S = \{2, 3, 5\}$

$p = \dots\dots\dots$

#### EXPERIENCIAS COMPUESTAS

El cálculo de probabilidades en una experiencia compuesta se simplifica si se descompone en experiencias simples. Estas pueden ser independientes o dependientes.

**Experiencias independientes.** Dos experiencias son **independientes** cuando .....

.....

En este caso,  $P[S_1 \text{ en la } 1.ª \text{ y } S_2 \text{ en la } 2.ª] = \dots\dots\dots$

.....

**Experiencias dependientes.** Dos experiencias son **dependientes** cuando .....

.....

En este caso,  $P[S_1 \text{ en la } 1.ª \text{ y } S_2 \text{ en la } 2.ª] = \dots\dots\dots$

.....

EJEMPLOS:

- Las experiencias “lanzar un dado” y “lanzar una moneda” son .....

Por tanto,  $P[3 \text{ en el dado y CARA en la moneda}] = \dots\dots\dots$

- Si tenemos una bolsa con 3 bolas blancas y 2 negras y realizamos dos extracciones, las experiencias “color de la 1.ª bola” y “color de la 2.ª bola” son .....

Por tanto,  $P[\text{blanca la } 1.ª \text{ y blanca la } 2.ª] = \dots\dots\dots$

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

**PRACTICA**

- 1** Si lanzas una moneda 3 veces:
  - a) ¿Cuántos resultados posibles obtienes?
  - b) ¿Qué probabilidad tienes de sacar solo dos caras?
  - c) ¿Y de no sacar más de una cruz?
  
- 2** Extraemos una carta de una baraja de 40. Calcula:
  - a) Probabilidad de que sea AS.
  - b) Probabilidad de que sea AS O FIGURA.
  - c) Probabilidad de sacar AS O COPAS.
  
- 3** De una urna con 5 bolas rojas, 3 negras y 2 blancas extraemos una bola, la reponemos a la urna y luego hacemos una 2.<sup>a</sup> extracción.
  - a) ¿Qué probabilidad hay de que no salga blanca en ambas?
  - b) ¿Y si después de la 1.<sup>a</sup> extracción no reponemos la bola?
  
- 4** En un juego, el jugador gana si, al lanzar una moneda 3 veces y extraer una carta de una baraja, el resultado sea: “No sacar más de una cruz” y “No salgan espadas”. En caso contrario pierde. ¿Qué probabilidad tiene el jugador de ganar?

Nombre y apellidos: .....

**APLICA. FIESTAS EN EL BARRIO**

Durante las fiestas del barrio, vas con tus amigas y amigos a la feria. Allí os paráis ante una caseta donde el feriante os propone la siguiente apuesta:

- “¡Apueste y gane! Tiraré una moneda cuatro veces y luego sacaré una carta de la baraja.
- Si sale cara 2 ó 3 veces y la carta es de Bastos o Espadas, me llevo su apuesta.
- Si sale cara 0, 1 ó 4 veces y la carta es de Oros o Copas, entonces le daré a usted un 50% más de lo que apostó.
- Si sale otro resultado, ¡seguimos jugando!”

El juego parece muy beneficioso para el apostador, pero hay algo que os preocupa y decidís hacer unos cuantos cálculos.

- 1** En primer lugar, os preguntáis cuál será la probabilidad de sacar cara 0, 1 ó 4 veces.
  
- 2** Luego, queréis calcular la probabilidad de sacar 2 ó 3 caras.
  
- 3** Pasáis a las cartas. Os ponéis a calcular la probabilidad de sacar Oros o Copas al extraer una carta de la baraja.
  
- 4** ¿Qué probabilidad tenéis de ganar la apuesta? ¿Y de perderla? ¿Y de seguir jugando sin ganar ni perder?
  
- 5** ¿Qué se espera que ocurra si el apostador pone  $x$  euros en el platillo? Os dais cuenta de que tenéis que analizar la función de ganancia o pérdida  $E(x) = 1,5xp - xq$ , donde  $p$  es la probabilidad de ganar y  $q$  es la probabilidad de perder.
  
- 6** ¿Cuál será el resultado más probable si apostáis 100 euros entre todos? ¿Y si pudierais jugar 1 000 euros?

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

**PRACTICA**

- 1** Tengo 6 tarjetas *A, B, C, D, E, F*.
  - a) ¿De cuántas formas distintas puedo escoger dos de ellas?
  - b) ¿Cuántas de esas formas tienen solo una vocal?
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de extraer dos consonantes?
  
- 2** En una serie semifinal de 100 m lisos de atletismo, se clasifican los dos primeros para la final. Participan 6 atletas.
  - a) ¿De cuántas formas distintas pueden clasificarse?
  - b) De los 6 atletas, tres son del mismo equipo. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos clasificados sean del mismo equipo?
  
- 3** Para una oposición, el temario consta de 25 temas y, para aprobarla, hay que contestar bien a dos temas extraídos al azar. Luis ha preparado 15 temas.
  - a) ¿De cuántas formas distintas le pueden salir dos temas estudiados?
  - b) ¿Qué probabilidad tiene de aprobar?
  - c) ¿Es más probable que apruebe Begoña que, en su oposición de 30 temas, ha preparado 17?

Nombre y apellidos: .....

**APLICA. FIESTAS EN EL BARRIO**

Durante las fiestas del barrio, vas con tus amigas y amigos a la feria. Allí os paráis ante una caseta donde el feriante os propone la siguiente apuesta:

- “¡Apueste y gane! Tiraré una moneda cuatro veces y luego sacaré dos cartas de la baraja.
- Si sale cara 2 ó 3 veces y las cartas son de Bastos o Espadas, me llevo su apuesta.
  - Si sale cara 0, 1 ó 4 veces y las cartas son de Oros o Copas, entonces le daré a usted un 30% más de lo que apostó.
  - Si sale otro resultado, ¡seguimos jugando!”

El juego parece muy beneficioso para el apostador, pero hay algo que os preocupa y decidís hacer unos cuantos cálculos.

- 1** ¿Cuál es la probabilidad de sacar cara 0 veces? ¿Y la de sacarla una vez? ¿Y dos veces? ¿Y tres veces? ¿Y cuatro veces?
  
- 2** ¿De cuántas formas distintas pueden extraerse dos cartas cualesquiera de una baraja?
  
- 3** ¿De cuántas formas pueden salir Oros o Copas?  
[Analiza el número de veces que puede salir (O, O), (C, O) o (C, C)].
  
- 4** ¿Cuál es la probabilidad de que gane la apuesta el participante? ¿Y de que pierda?
  
- 5** Si apostáis 1 euro, ¿qué se espera que ocurra? Tenéis que analizar la expresión  $E(x) = 1,3xp - xq$  para  $x = 1$ , donde  $p$  es la probabilidad de ganar y  $q$  la de perder.
  
- 6** ¿Y qué ocurrirá si apostáis 1000 euros?

## Ficha de trabajo A

## PRACTICA

1 a)  $2^3 = 8$  resultados

b)  $\{CC+, C+C, +CC\} \rightarrow p = \frac{3}{8}$

c)  $\{CCC, CC+, C+C, +CC\} \rightarrow p = \frac{4}{8}$

2 a)  $p = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b)  $p = \frac{4}{40} + \frac{12}{40} = \frac{16}{40}$

c)  $P[A \text{ o } C] = P[A] + P[C] - P[\text{As de Copas}] =$   
 $= \frac{4}{40} + \frac{10}{40} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}$

3 a)  $P[\bar{B} \text{ y } \bar{B}] = \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{64}{100}$

b)  $P[\bar{B}_1 \text{ y } \bar{B}_2] = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{56}{90}$

4  $P[\text{No sacar más de una cruz}] = \frac{4}{8}$

$P[\text{No espadas}] = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

$P[\text{Ganar}] = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

## APLICA

1  $P[0, 1 \text{ ó } 4] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

2  $P[2 \text{ ó } 3] = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

3  $P[\text{Oros o Copas}] = \frac{1}{2}$

4  $P[\text{ganar}] = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$

$P[\text{perder}] = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

$P[\text{seguir jugando}] = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

5 Se espera que el resultado sea:

$$E(x) = 1,5x \cdot \frac{6}{32} - \frac{10x}{32} = \frac{-x}{32}$$

El apostador perderá  $1/32$  de lo que apueste.

6  $E(100) = -3,13 \text{ €}$

$E(1000) = -31,25 \text{ €}$

## Ficha de trabajo B

## PRACTICA

1 a)  $C_{6,2} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$

b) Con una vocal (A o E) hay 4 formas distintas. Luego hay 8 formas distintas con una vocal cualquiera.

c) Dos consonantes se extraen de  $C_{4,2} = 6$  formas.

Luego  $p = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ .

2 a)  $C_{6,2} = 15$

b) Tres de ellos se clasifican de  $C_{3,2} = 3$  formas.

Luego  $p = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ .

## APLICA

1  $P[\text{sacar cara 0 veces}] = \frac{1}{16}$

$P[\text{sacar cara 1 vez}] = \frac{4}{16}$

$P[\text{sacar cara 2 veces}] = \frac{6}{16}$

$P[\text{sacar cara 3 veces}] = \frac{4}{16}$

$P[\text{sacar cara 4 veces}] = \frac{1}{16}$

2  $C_{40,2} = 780$  formas distintas.

3 Oros y Copas salen de  $C_{10,1} \cdot C_{10,1} = 100$  maneras.

Copas y Copas salen de  $C_{10,2} = 45$  formas.

Oros y Oros salen de  $C_{10,2} = 45$  formas.

Por tanto, Oros o Copas saldrán de 190 formas.

4 La probabilidad de ganar,  $p$ , es de  $\frac{19}{208} = 0,09$ .

La probabilidad de perder,  $q$ , es de  $\frac{95}{624} = 0,15$ .

5  $E(1) = -0,033$ , es decir, se perderá 3 cent.

6 En ese caso, se perderán 30 euros.